

ALGEBRA

Prodotti notevoli

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

Potenze

$$a^0 = 1, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}, \quad a^{-\frac{n}{m}} = \frac{1}{\sqrt[m]{a^n}}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n, \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}; \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{abc}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; \quad (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Radicali doppi

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

Razionalizzazioni

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} ; \frac{m}{\sqrt{a+b}} = \frac{m\sqrt{a+b}}{a+b} ; \frac{m}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{m(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

$$\frac{m}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{m(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

Formule di Waring

$$x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3x^2y - 3xy^2 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

Formula risolutiva dell'equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Formula ridotta per valori pari di b

$$x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a} \quad \frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

Sulle radici di un'equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} ; P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} ; D = x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$$

Regola di Cartesio

In una equazione di secondo grado, completa, ridotta a forma canonica ed a discriminante positivo, ad ogni variazione di segno presentata dai suoi coefficienti corrisponde una radice positiva ed a ogni permanenza una negativa. Se l'equazione ha radici di segno contrario è maggiore in valore assoluto quella positiva se la variazione precede la permanenza, quella negativa se la permanenza precede la variazione.

Disequazioni di secondo grado

	$a > 0$	
	$ax^2 + bx + c > 0$	$ax^2 + bx + c < 0$
$\Delta > 0$	$x < x_1 \quad x > x_2$	$x_1 < x < x_2$
$\Delta = 0$	qualsunque $x \neq x_0$	nessuna soluzione
$\Delta < 0$	qualsunque x	nessuna soluzione

$$a < 0$$

	$ax^2 + bx + c > 0$	$ax^2 + bx + c < 0$
$\Delta > 0$	$x_1 < x < x_2$	$x < x_1 \quad x > x_2$
$\Delta = 0$	nessuna soluzione	qualunque $x \neq x_1 = x_2$
$\Delta < 0$	nessuna soluzione	qualunque x

Diseguazioni irrazionali

$A(x)$ e $B(x)$ espressioni algebriche razionali; n numero naturale.

n dispari

$$A(x) > \sqrt[n]{B(x)} \quad \text{equivale a} \quad A^n(x) > B(x)$$

$$A(x) < \sqrt[n]{B(x)} \quad \text{equivale a} \quad A^n(x) < B(x)$$

n pari

$$A(x) > \sqrt[n]{B(x)} \quad \text{equivale a} \quad \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) > 0 \\ A^n(x) > B(x) \end{cases}$$

$$A(x) < \sqrt[n]{B(x)} \quad \text{equivale a} \quad \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) < 0 \\ A^n(x) < B(x) \end{cases} \text{ e } \begin{cases} A(x) > 0 \\ A^n(x) < B(x) \end{cases}$$